

Olimpiada Națională De Matematică Faza Locală

CLASA a VII-a

- Nu se acordă puncte din oficiu.
- Fiecare exercițiu este punctat de la 0 la 7.
- Timp efectiv de lucru: 3 ore

1. (7 p) Se dau numerele reale x ; y ; z direct proporționale cu 2; 3; 4. Știind că media lor aritmetică este egală cu rezultatul calculului $\frac{1}{3} \cdot \left[5 + \sqrt{2 \cdot \left(\frac{1}{0,3(7)} : \frac{1}{340} - \frac{1}{0,01} \right)} \right]$, să se calculeze media geometrică a numerelor x și y .
2. (7 p) . Determinați toate perechile $(x; y)$ de numere naturale nenule , prime între ele, cu $x > y$, pentru care $\sqrt{\frac{7y^2}{x^2 - xy}}$ este număr natural.

G.M. Nr.2/2024

3. (7 p) . În paralelogramul ABCD , cu $AB \perp AC$, $AC \cap BD = \{O\}$, notăm cu P simetricul punctului B față de dreapta AC și cu Q simetricul punctului P față de mijlocul segmentului AC. Demonstrați că patrulaterul ABQD este trapez dreptunghic.
4. (7 p) . În triunghiul dreptunghic ABC, cu $\angle A = 90^\circ$ și $\angle B = 60^\circ$, bisectoarea unghiului B intersectează mediana AM în H și cateta AC în P. Dacă N este centrul de greutate al triunghiului ABM, Q este simetricul punctului N față de BC și R este simetricul punctului B față de MQ, arătați că:
 - a) (4p) PMQB este trapez isoscel;
 - b) (3p) A, N, Q, R sunt patru puncte coliniare.

G.M. Nr. 2/2024